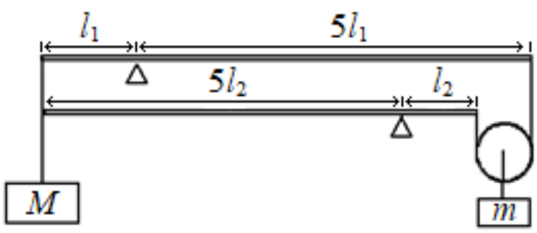
66 Lietuvos fizikos olimpiados III etapo 10 klasės užduotys

1. Berniukas turi du nedidelius kalorimetrus ir jautrų skystinį termometrą. Į vieną kalorimetrą įpilamas kambario temperatūros vanduo ir pamatuojama jo temperatūra. Termometras rodo 20,3 ^{o}C temperatūrą. Į antrą kalorimetrą įpilamas verdantis vanduo, kurio temperatūra 99,9 ^{o}C (vandens virimo temperatūra įvertinta atsižvelgus į atmosferos slėgį). Perkėlus termometrą iš šalto vandens į verdantį termometras parodė 99,2 ^{o}C. Berniukas termometrą vėl perkėlė į pirmą kalorimetrą. Ką dabar rodo termometras? Tarkite, kad energijos nuostolių į aplinką nėra, o kalorimetras idealus.

2. Turime svertų sistemą, kurios pečiai atitinkamai lygūs l_1 ir $5l_1$, l_2 ir $5l_2$. Kairieji svertų galai surišti siūlu, prie kurio pritvirtintas M masės krovinys. Prie dešiniųjų svertų galų pritvirtintas kilnojamasis skridinys su kroviniu m = 1 kg. Apskaičiuokite krovinio M masę, jei sistema yra pusiausvyra, o svertas ir skridinys yra labai lengvi ir jų masės galite nepaisyti.



3. Ūkininkas šiltnamyje ketina įrengti kuo didesnės kvadratinės formos lysves, kur papildomam apšvietimui bus naudojami 15 cd šviesos stiprio šaltiniai pakabinti h = 0,5 m aukštyje lysvių centruose. Nustatykite, koks gali būti didžiausias lysvės kraštinės ilgis l_{max}, kad apšviestumas niekur nebūtų mažesnis už $E = 10$ lx. Apšvietos priklausomybė nuo spindulių kritimo kampo išreiškiama formule: $E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$, kur r – atstumas nuo šaltinio iki tiriamo taško, I – šviesos stipris, α – kampas tarp normalės ir krintančio į paviršių šviesos spindulio.

4. Nuo Vilniaus iki Elektrėnų greta vienas kito nutiesti du variniai laidai. Kiek mažiausiai atramų reikėtų pastatyti, kad jie išlaikytų nuo Vilniaus iki Elektrėnų nutiestus laidus? Viena atrama išlaiko n = 0,5 t, o atstumas tarp miestų l = 50 km? Įvertinkite, koks būtų tinkamas atstumas l_0 tarp gretimų atramų. Vario tankis $\rho = 8{,}7 \cdot \mathbf{10^3}\,\frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m^3}}$, laido varža $R = 8{,}5\ \Omega$, savitoji varža $\rho_{\mathbf{sav}} = \mathbf{1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m}$.

66 Lietuvos fizikos olimpiados III etapo 10 klasės uždavinių sprendimai

1. Berniukas turi du nedidelius kalorimetrus ir jautrų skystinį termometrą. Į vieną kalorimetrą įpilamas kambario temperatūros vanduo ir pamatuojama jo temperatūra. Termometras rodo 20,3 ^oC temperatūrą. Į antrą kalorimetrą įpilamas verdantis vanduo, kurio temperatūra 99,9 ^oC (vandens virimo temperatūra įvertinta atsižvelgus į atmosferos slėgį). Perkėlus termometrą iš šalto vandens į verdantį termometras parodė 99,2 ^oC. Berniukas termometrą vėl perkėlė į pirmą kalorimetrą. Ką dabar rodo termometras? Tarkite, kad energijos nuostolių į aplinką nėra, o kalorimetras idealus.

Sprendimas.

Sąlygoje duotas temperatūras pasižymime: t_o 20,3 ^oC-šalto vandens temperatūra, t_2 = 99,9 ^oC - verdančio vandens temperatūra, t_1 = 99,2 ^oC karšto vandens termometro rodmenys; t_x - ieškoma temperatūra.
Ir t.t.

Termometras įstatytas į karštą vandenį rodo mažesnę temperatūrą, nes dalį energijos (šilumos) vanduo atidavė termometrui. Pagal šilumos balanso lygtį
$Q_t=Q_v$,
čia $Q_t=c_tm_t(t_1-t_o)$ termometrui suteiktas (1 taškas)
šilumos kiekis, c_t ir m_t termometro savitoji šiluma ir jo masė.
$Q_v=cm(t_2-t_1)$ karšto vandens atiduotas šilumos kiekis, čia c ir m vandens savitoji šiluma ir jo masė. (1 taškas)

Gauname $c_tm_t(t_1-t_o)=cm(t_2-t_1)$ (1) lygtis (1 taškas)

Termometrą perkėlus į pirmą kalorimetrą, kuriame yra šaltas vanduo
termometras vandeniui atiduoda šilumos kiekį $Q_{t2}=c_tm_t(t_1-t_x)$. (1 taškas)
Vanduo gauna šilumos kiekį $Q_{v2}=cm(t_x-t_o)$. (1 taškas)
Šilumos balanso lygtis
$Q_{t2}=Q_{v2}$; (1 taškas)

$c_tm_t(t_1-t_x)=cm(t_x-t_o)$ (2) lygtis (1 taškas)

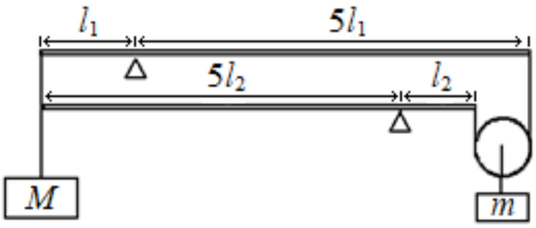
Iš pirmos ir antros lygties gauname
$(t_x-t_o)(t_1-t_o)=(t_2-t_1)(t_1-t_x)$ (3) lygtis (1 taškas)

Iš trečios lygties gauname
$t_x=((t_1(t_2-t_1))+(t_o(t_1-t_o)))/(t_2-t_o)$. (1 taškas)

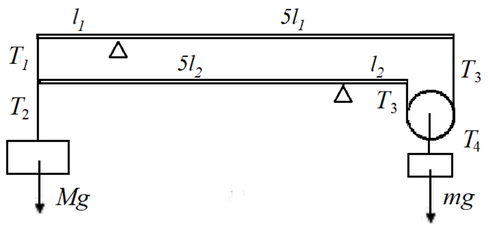
Apskaičiavę gauname (1 taškas)
$t_x=20,99$ ^oC

Viso -10 taškų

2. Turime svertų sistemą, kurios pečiai atitinkamai lygūs l_1 ir $5l_1$, l_2 ir $5l_2$. Kairieji svertų galai surišti siūlu, prie kurio pritvirtintas M masės krovinys. Prie dešiniųjų svertų galų pritvirtintas kilnojamasis skridinys su kroviniu m = 1 kg. Apskaičiuokite krovinio M masę, jei sistema yra pusiausvyra, o svertas ir skridinys yra labai lengvi ir jų masės galite nepaisyti.



Sprendimas:



Brėžinyje pažymime tamprumo jėgas T_1, T_2, T_3 ir T_4 (pav.). (1 taškas)
Kadangi sistema pusiausvyra, pusiausvyros sąlyga:

$T_1 l_1 = T_3 5l_1$, (1) (1 taškas)

$(T_2 - T_1)5l_2 = T_3 l_2$. (2) (1 taškas)

Skridiniai ir kroviniai bus pusiausviri, kai bus patenkintos lygybės:
$mg = T_4 = 2T_3$. (3) (1 taškas)
$Mg = T_2$, (4) (1 taškas)

Iš (1) išreiškiame $T_1 = 5T_3$ (5) (1 taškas)

Iš (3) išreiškiame $T_3 = \frac{mg}{2}$ (6) (1 taškas)

Į (2) įstatome (5), (6) ir išreiškiame $T_2 = \frac{26mg}{10}$ (7) (1 taškas)

Į (4) įstatome (7) ir išreiškiame $M = \frac{26m}{10}$, (1 taškas)

apskaičiuojame $M = \frac{26 \cdot 1\,\mathbf{kg}}{\mathbf{10}} = \mathbf{2,6\ kg.}$ (1 taškas)

Atsakymas: $M = 2{,}6$ kg.

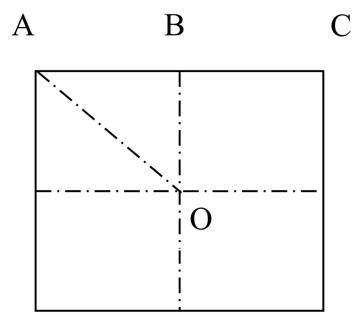
Viso -10 taškų

3. Ūkininkas šiltnamyje ketina įrengti kuo didesnes kvadratinės formos lysves, kur papildomam apšvietimui bus naudojami 15 cd šviesos stiprio šaltiniai pakabinti h = 0,5 m aukštyje lysvių centruose. Nustatykite, koks gali bûti didžiausias lysvės kraštinės ilgis $l_{\max}$, kad apšviestumas niekur nebūtų mažesnis už $E = 10$ lx. Apšvietos priklausomybė nuo spindulių kritimo kampo išreiškiama formule: $E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha$, kur r – atstumas nuo šaltinio iki tiriamo taško, I – šviesos stipris, α – kampas tarp normalės ir krintančio į paviršių šviesos spindulio.

AC = l; OD = h; AD = r;

BO = AB = $\frac{l}{2}$. (1) (2 taškai)

Mažiausias apšviestumas yra lysvės kampuose. (2 taškai)
Jį galime apskaičiuoti pagal formulę:



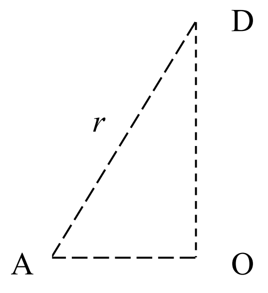
$$E = \frac{I}{r^2}\cos\alpha, \qquad (2)$$

čia r – atstumas nuo šaltinio iki tiriamo taško, I– šviesos stipris, o α – kampas tarp statinio DO ir įžambinės AD.

Pasinaudojæ Pitagoro teorema, gauname:

$$AO^2 = AB^2 + BO^2 = \frac{l^2}{4} + \frac{l^2}{4} = \frac{l^2}{2};$$ (1 taškas)

$$r^2 = AO^2 + DO^2 = \frac{l^2}{2} + h^2;$$ (1 taškas)



$$\cos\alpha = \frac{DO}{AD} = \frac{h}{r} = \frac{h}{\sqrt{\frac{l^2}{2} + h^2}};$$ (1 taškas)

Šias išraiškas įrašome į (1) lygtį:

$$E = \frac{I}{r^2} \cdot \frac{h}{r} = \frac{Ih}{r^3} = \frac{Ih}{\left(l^2/2 + h^2\right)^{\frac{3}{2}}}$$ iš čia $$l = \sqrt{2}\sqrt{\frac{I \cdot h \cdot \sqrt[3]{\frac{E}{I \cdot h}}}{E} - h^2}$$ (2 taškai)

Apskaičiavę gauname, $l_{max} \approx 1{,}07$ **m** . (1 taškas)

Atsakymas: $l_{max} \approx 1{,}07$ **m.**

Viso -10 taškų

4. Nuo Vilniaus iki Elektrėnų greta vienas kito nutiesti du variniai laidai. Kiek mažiausiai atramų reikėtų pastatyti, kad jie išlaikytų nuo Vilniaus iki Elektrėnų nutiestus laidus? Viena atrama išlaiko n = 0,5 t, o atstumas tarp miestų l = 50 km? Įvertinkite, koks būtų tinkamas atstumas l_0 tarp gretimų atramų. Vario tankis $\rho = 8{,}7 \cdot \mathbf{10^3}\,\frac{\mathbf{kg}}{\mathbf{m^3}}$, laido varža $R = 8{,}5\ \Omega$, savitoji varža $\rho_{\mathbf{sav}} = \mathbf{1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega \cdot m.}$

Sprendimas. Laidininko varža apskaičiuojama pagal formulę:

$$R = \rho_{sav.} \frac{l}{S}, \qquad (1) \qquad \text{(1 taškai)}$$

èia l – laidininko ilgis, S – jo skerspjūvio plotas.

Surandame kam lygus skerspjūvio plotas S:

$$V = S \cdot l = \frac{m}{\rho},$$

$$S = \frac{m}{\rho \cdot l}. \qquad (2) \qquad \text{(2 taškai)}$$

Čia m – laidininko masė.

Įstatę (2) į (1) gauname: $R = \rho_{sav.} \dfrac{l^2 \cdot \rho}{m}$. (1 taškas)

Iš čia išreiškiame masę $m = \dfrac{l^2 \cdot \rho \cdot \rho_{sav.}}{R}$. (1 taškas)

Užrašome išraišką atramoms apskaičiuoti, kur nepamirštame įvertinti kad laidai yra du:
Laidai du (1 taškas)

$$N = \frac{2 \cdot l^2 \cdot \rho \cdot \rho_{sav.}}{R \cdot n} = \frac{2 \cdot 50000\,\text{m} \cdot 8{,}7 \cdot 10^3\ \text{kg/m}^3 \cdot 1{,}7 \cdot 10^{-8}\ \Omega\text{m}}{8{,}5\,\Omega \cdot 500\,\text{kg}} = 174 \quad \text{atramos.}$$

(2 taškai)

Atstumas tarp gretimų atramų:

$$l_0 = \frac{l}{N} = \frac{50000\ m}{174} \approx 287\ \text{m}. \qquad \text{(2 taškai)}$$

Atsakymas: $N = 174$ atramos, $l_0 \approx 287$ m

Viso -10 taškų

Maksimalus taškų skaičius 40.